**Cap 3 – Valor esperado, momentos e parâmetros de ordem**

1 - O valor esperado de uma variável aleatória discreta existe sempre? Justifique.

2 - Quando é que o valor esperado de uma variável aleatória discreta pode não existir? Porquê?

3 - O valor esperado de uma variável aleatória discreta $X$, pertence sempre ao conjunto $D\_{X}$. Comente e suporte o seu comentário com um exemplo.

4 - O que ficamos a saber sobre a distribuição de uma variável aleatória quando conhecemos o respectivo valor esperado?

5 - Pode-se garantir que . Comente, justificando convenientemente.

6 - Seja $X$ uma variável aleatória discreta para a qual existe $E\left(X\right)$. Comente a existência de $E\left[Ψ\left(X\right)\right]$.

7 - Seja $Y=Ψ\left(X\right)$ uma variável aleatória discreta para a qual existe valor esperado. Comente a existência de $E\left[X\right]$.

8 - Enuncie as propriedades do valor esperado. Elas são válidas tanto para v.a.(s) contínuas como para v.a.(s) discretas?

9 -Mostre que o valor esperado de uma combinação linear de duas variáveis aleatórias $X$ e $Y$ - $αX+\left(1-α\right)Y \left(α<1\right), $é uma combinação linear dos respectivos valores esperados.

10 - Se $X$ é uma variável aleatória com $E\left(X\right)=μ; Var\left(X\right)=σ^{2}$ e $ Y={\left(X-μ^{2}\right)}/{σ^{2}}$, mostre que $Var\left(Y\right)={1}/{Var\left(X\right)}$.

11 - A que é igual o valor esperado do produto de variáveis aleatórias independentes? E a soma?

12 - Seja $X$ uma variável aleatória discreta. Defina momento de ordem $k$ em relação à origem e dê dois exemplos deste tipo de momentos.

13 - Supondo que existe $E\left(X^{4}\right)$ da variável aleatória $X$. O que conclui sobre a existência de $E\left(X\right)$? Justifique devidamente.

14 - Para avaliar a dispersão em torno da média que os valores da variável patenteiam, qual o tipo de momentos a utilizar? Escreva a respectiva expressão dos momentos de ordem $k$.

15 - Supondo que existe $E\left[\left(X-μ\right)^{2}\right]$ da variável aleatória $X$. O que conclui sobre a existência de $E\left(X\right)$? Justifique devidamente.

16 - O que ficamos a saber sobre a distribuição de uma variável aleatória quando conhecemos o valor da sua variância?

17 - Seja  uma variável aleatória. Então $Var\left(X-3\right)=Var\left(3-X\right)$. Comente e justifique.

18 - Mostre que o 1º momento em relação à média é nulo.

19 - Mostre que a variância de uma variável aleatória nunca pode ser negativa.

20 - Existe apenas uma situação em que a variância de uma variável aleatória é nula. Descreva-a.

21 - Enuncie as propriedades da variância de uma variável aleatória.

22 - Se existe $Var\left(X\right)$ e $Y=-X$, determine a $Var\left(Y\right)$. Justifique com as propriedades da variância.

23 -Se existe $Var\left(X\right)$ e $ Y=μ-X$, determine a $Var\left(Y\right)$. Justifique com as propriedades da variância.

24 - Se existe $Var\left(X\right)$ e $ Y=2-X$, determine a $Var\left(Y\right)$. Justifique com as propriedades da variância.

25 - A variância pode ser obtida a partir de momentos em relação à origem. Justifique esta afirmação.

26 - Explique intuitivamente porque é que, se a distribuição da variável aleatória $X$ for simétrica, os momentos de ordem ímpar em relação à média são todos nulos.

27 - Qual a vantagem do coeficiente de variação em relação ao desvio padrão?

28 - Defina quantil de ordem $α$ de uma distribuição.

29 - Seja $ξ\_{α}$ o quantil de ordem $α$ da v.a. $X$. Mostre que se $α\_{1}\geq α\_{2}⇒ξ\_{α\_{1}}\geq ξ\_{α\_{2}}$. [Pode usar um gráfico para ilustrar]

30 - Escreva a expressão de cálculo do 1º decil da distribuição de uma v.a. $X$ contínua. Como explicaria ao seu irmão mais novo o que esse valor significa.

31 - Escreva a expressão de cálculo do 1º quartil da distribuição de uma v.a. $X$ contínua. Como explicaria ao seu irmão mais novo o que esse valor significa.

32 - Escreva a expressão de cálculo do 1º decil da distribuição de uma v.a. $X$ discreta. Como explicaria ao seu irmão mais novo o que esse valor significa.

33 - Escreva a expressão de cálculo do 1º quartil da distribuição de uma v.a. $X$ discreta. Como explicaria ao seu irmão mais novo o que esse valor significa.

34 - Escreva a expressão de cálculo do 1º decil da distribuição de uma v.a. $X$ discreta. O valor assumido pertence sempre ao conjunto $D\_{X}$? Justifique convenientemente a sua resposta.

35 - Defina Mediana de uma distribuição discreta.

36 - Defina Mediana de uma distribuição contínua.

37 - Escreva a expressão de cálculo da mediana da distribuição de uma v.a. $X$ contínua. Como explicaria ao seu irmão mais novo o que esse valor significa.

38 - Escreva a expressão de cálculo do 3º quartil da distribuição de uma v.a. $X$ contínua. Como explicaria ao seu irmão mais novo o que esse valor significa.

39 - Escreva a expressão de cálculo da mediana da distribuição de uma v.a. $X$ discreta. Como explicaria ao seu irmão mais novo o que esse valor significa.

40 - Escreva a expressão de cálculo do 3º quartil da distribuição de uma v.a. $X$ discreta. Como explicaria ao seu irmão mais novo o que esse valor significa.

41 - Escreva a expressão de cálculo da mediana da distribuição de uma v.a. $X$ discreta. O valor assumido pertence sempre ao conjunto $D\_{X}$? Justifique convenientemente a sua resposta.

42 - A mediana da distribuição de uma variável aleatória $X$ coincide sempre com a respectiva média? Justifique convenientemente a sua resposta.

43 - Que informação é dada pelo Intervalo inter-quartis?

44 - Se $X$ é uma variável aleatória com $E\left(X\right)=μ;Var\left(X\right)=σ^{2} $ e $ Y={\left(X-μ\right)^{2}}/{σ^{2}}$, diga, justificando, qual o valor médio da variável $Y$.